

XIV REGIONALNY KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW KLAS I SZKÓŁ PONADGIMNAZJALNYCH

(liceum ogólnokształcące)

03.06.2016 r.

- 1) Zapis dziesiętny liczby m jest postaci $0,1234567891011121314\dots$ - po przecinku wypisano kolejno wszystkie liczby naturalne. Wskaż zdanie prawdziwe:
 - a) m jest liczbą niewymierną,
 - b) $m < \frac{1}{6}$,
 - c) $m \in (\frac{\pi}{30}, \frac{1}{5})$.
- 2) Wskaż liczbę, która jest równa $\sqrt{84 + 18\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$:
 - a) $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{30 - 10\sqrt{5}}$,
 - b) $\sqrt{102 + 20\sqrt{2}} - \sqrt{18 + 8\sqrt{2}}$,
 - c) $\sqrt{66 - 16\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.
- 3) Wskaż zdanie prawdziwe:
 - a) Zbiór wielokrotności liczby 8 zawiera zbiór wielokrotności liczby 4.
 - b) Liczba $\sqrt{2\sqrt{32}}$ jest niewymierna.
 - c) $3,7 < \frac{1}{2-\sqrt{3}} < 3,8$.
- 4) Wskaż liczbę, której przybliżenie do całości jest obarczone najmniejszym błędem względnym:
 - a) $\sqrt[3]{31}$,
 - b) $\sqrt[4]{31}$,
 - c) $\sqrt[5]{31}$.
- 5) Ile razy liczba 100^{1000} jest większa od liczby 1000^{100} ?
 - a) 1700,
 - b) 100^{850} ,
 - c) 10^{850} .
- 6) Do zbiornika woda wpływa czterema rurami. Gdyby wlewała się tylko pierwszą rurą to zbiornik napełniałby się w ciągu 1 dnia. Gdyby wlewała się tylko drugą rurą, to napełniłby się w ciągu dwóch dni. Gdyby zbiornik napełniano tylko trzecią rurą, to napełniłby się w ciągu 3 dni, a gdyby użyto tylko czwartej rury, to zajęłoby to cztery dni. Jaką część doby zajmie napełnianie zbiornika, gdy woda będzie wpływała wszystkimi rurami jednocześnie?
 - a) 0,52,
 - b) 0,48,
 - c) 0,64.
- 7) Do przedziału $\langle 18, 102 \rangle$:
 - a) należą dokładnie 84 liczby naturalne,
 - b) należą dokładnie 42 liczby nieparzyste,
 - c) należą dokładnie 17 liczb podzielnych przez 5.
- 8) Pewna liczba trzycyfrowa maleje pięciokrotnie po skreśleniu jej cyfr setek. Jaką cyfrą może być jej cyfra setek?
 - a) 1,
 - b) 2,
 - c) 3.
- 9) Zbiorniki wodne stanowią 71% powierzchni Ziemi. O ile procent powierzchnia lądów jest mniejsza od powierzchni zbiorników wodnych?
 - a) o 29%,
 - b) o 42%,
 - c) o 71%.

10) Istnieje 2011 takich różnych liczb pierwszych, że:

- a) ich suma jest liczbą nieparzystą,
- b) ich suma jest liczbą parzystą,
- c) ich iloczyn jest liczbą parzystą.

11) Rozwiązaniem równania $\frac{x^2-25}{x-5} = 0$ jest:

- a) $x = 25$
- b) tylko $x = 5$,
- c) tylko $x = -5$.

12) Stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym wynosi 5:12, a przeciwprostokątna ma długość 26. Wynika stąd, że:

- a) długości przyprostokątnych różnią się o 14,
- b) wysokość opuszczona na przeciwprostokątną ma długość większą niż 9,
- c) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt ma długość 3.

13) Autobus jechał przez T godzin ze średnią prędkością R km/h i przez t godzin ze średnią prędkością r km/h. Wskaż średnią prędkość (w km/h) tego autobusu na całej trasie:

- a) $\frac{R}{T} + \frac{r}{t}$,
- b) $\frac{RT+rt}{2}$,
- c) $\frac{RT+rt}{T+t}$.

14) Funkcja $f(x) = 2 - (1 - k)x$ jest rosnąca, gdy:

- a) $k \in (-\infty, 1)$,
- b) $k \in (0, 1)$,
- c) $k \in (1, +\infty)$.

15) Janek ma d litrów solanki o stężeniu $d\%$. Ile litrów soli musi dosypać, aby solanka miała stężenie $3d\%$?

- a) $\frac{d^2}{100-3d}$,
- b) $\frac{2d^2}{100-3d}$,
- c) $\frac{d}{100-3d}$.

16) Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa są równej długości. Zatem podstawą tego ostrosłupa może być:

- a) prostokąt niebędący kwadratem,
- b) romb niebędący kwadratem,
- c) trójkąt rozwartokątny.

17) Przez środki trzech krawędzi sześcianu wychodzących ze wspólnego wierzchołka poprowadzono płaszczyznę, która podzieliła sześcian na dwie bryły. Wskaż stosunek objętości tych brył:

- a) 1:23,
- b) 1:47,
- c) 1:50.

18) W każde pole szachownicy o wymiarach 3×3 chcemy wpisać jedną z liczb od 1 do 9 (w każde pole inną liczbę) w taki sposób, by suma liczb w każdym wierszu i na każdej z obu przekątnych była taka sama. Ile może wynosić suma?

a) 12,

b) 13,

c) 14.

19) Trójkąt równoboczny można rozciąć na:

a) 3 przystające trójkąty,

b) 3 przystające czworokąty,

c) 4 przystające trójkąty.

20) Na ile części można podzielić płaszczyznę 4 prostymi?

a) 9,

b) 10,

c) 11.

21) Liczba $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ jest:

a) całkowita,

b) niewymierna,

c) dodatnia.

22) Dany jest trójkąt ABC , w którym $\sphericalangle ACB = 40^\circ$. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC , przy czym $\sphericalangle APB = 80^\circ$. Wynika z tego, że:

a) każdy z kątów CAP i CBP jest mniejszy od 40° ,

b) trójkąt ABP jest ostrokątny,

c) punkt P jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC .

23) Dane są takie dodatnie liczby rzeczywiste a, b , że liczby $a^2 + b^2$ oraz ab są wymierne.

Wynika stąd, że wymierna jest liczba:

a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$,

b) $(a + b)^2$,

c) $a + b$.

24) Prostokąt $ABCD$ jest zawarty w kwadracie o boku długości 1 i żaden z punktów A, B, C, D nie leży na brzegu tego kwadratu. Wynika z tego, że:

a) $AB \cdot BC < 1$,

b) $AB < 1$,

c) $AC < \sqrt{2}$.

25) Wśród każdych pięciu różnych liczb całkowitych istnieją takie dwie, których:

a) różnica jest podzielna przez 4,

b) suma jest podzielna przez 4,

c) iloczyn jest podzielny przez 4.

26) Każdy z dwóch boków trójkąta ostrokątnego ma długość 2. Wynika z tego, że:

a) pole tego trójkąta jest mniejsze od 2,

b) każda wysokość tego trójkąta ma długość mniejszą od 2,

c) trzeci bok tego trójkąta ma długość mniejszą od 2.

27) Liczby całkowite x i y są dodatnie, a ich suma jest liczbą podzielną przez 3. Wynika z tego, że:

a) każda z liczb x i y jest podzielna przez 3,

b) liczba $x^2 + y^2$ jest podzielna przez 3,

c) liczba $x^2 - y^2$ jest podzielna przez 3.

28) Dany jest ostrosłup o parzystej liczbie wierzchołków, którego wszystkie krawędzie mają równą długość. Wynika z tego, że liczba krawędzi danego ostrosłupa jest mniejsza od:

- a) 9,
- b) 11,
- c) 13.

29) Liczby a , b , c są długościami boków pewnego trójkąta oraz $(a - b)(b - c)(c - a) = 0$.

Wynika z tego, że jest to trójkąt:

- a) równoramienny,
- b) równoboczny,
- c) ostrokątny.

30) Towar X podrożał o 20%, a towar Y podrożał o 50%, w efekcie czego oba towary kosztują tyle samo. Wynika z tego, że przed podwyżką:

- a) towar X był o 20% droższy od towaru Y ,
- b) towar X był o 25% droższy od towaru Y ,
- c) towar X był o 30% droższy od towaru Y .

XIV REGIONALNY KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW KLAS I SZKÓŁ PONADGIMNAZJALNYCH

(liceum ogólnokształcące)

03.06.2016 r.

PRAWIDŁOWE ODPOWIEDZI:

Nr zadania	A)	B)	C)
1	T	T	T
2	T	N	T
3	N	T	T
4	N	N	T
5	N	T	N
6	N	T	N
7	N	T	T
8	T	T	T
9	N	N	N
10	T	T	T
11	N	N	T
12	T	T	N
13	N	N	T
14	N	N	T
15	N	T	N
16	T	N	T
17	N	T	N
18	N	N	N
19	T	T	T
20	T	T	T
21	T	N	N
22	T	N	N
23	T	T	N
24	T	N	T
25	T	N	N
26	T	T	N
27	N	N	T
28	N	T	T
29	T	N	N
30	N	T	N